

Épreuve de Bernoulli

Définition. – Une épreuve de Bernoulli est une expérience aléatoire à deux issues qu'on peut appeler « succès » et « échec ». On dit qu'une épreuve de Bernoulli est de paramètre p lorsque la probabilité de l'issue « succès » est égale à p .

Exemple. – On lance un dé équilibré à six faces et on considère comme un succès d'obtenir un 1. Cette expérience aléatoire est une épreuve de Bernoulli de paramètre $\frac{1}{6}$.

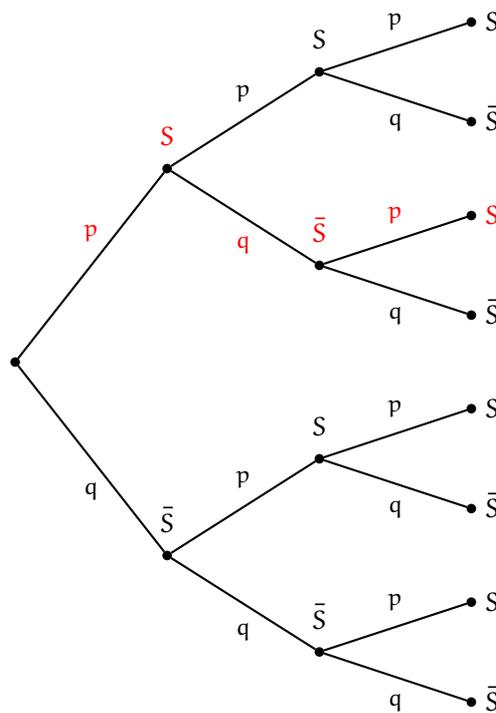
Remarque. – On utilisera souvent la lettre q pour désigner la probabilité d'un échec. On a donc $q = 1 - p$. Dans l'exemple précédent, un échec a la probabilité $q = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$.

Schéma de Bernoulli

Définition. – Soit n un entier naturel non nul et p un nombre réel appartenant à l'intervalle $[0; 1]$. Un schéma de Bernoulli est une expérience consistant à répéter n fois la même épreuve de Bernoulli. Un schéma de Bernoulli a deux paramètres : le nombre de répétitions n de l'épreuve et le paramètre p de l'épreuve répétée.

Proposition. – On peut représenter un schéma de Bernoulli de paramètres n et p par un arbre de probabilité à 2^n branches. Les issues sont des n -uplets dont les n termes sont S pour « succès » et \bar{S} pour « échec ».

Exemple. – On a représenté ci-dessous un schéma de Bernoulli pour $n = 3$. L'issue correspondant au chemin rouge peut être notée $(S; \bar{S}; S)$.



Proposition (rappel). – La probabilité d'une issue d'un schéma de Bernoulli s'obtient en faisant le produit des probabilités des issues obtenues à chaque épreuve de Bernoulli.

Exemple. – Si un schéma de Bernoulli a pour paramètres $n = 4$ et $p = 0,3$, alors l'issue $(S; \bar{S}; \bar{S}; S)$ a pour probabilité $0,3 \times 0,7 \times 0,7 \times 0,3$ soit $0,0441$.

Coefficients binomiaux

Définition. – Une expérience suit un schéma de Bernoulli de paramètres n et p . Soit k un entier naturel tel que $0 \leq k \leq n$.

Le nombre de chemins comportant k succès sur l'arbre représentant l'expérience est un coefficient binomial ; il se note $\binom{n}{k}$ et se lit « k parmi n ».

