

## La statique : équilibre d'une poutre

### Rappel : Le Principe Fondamental de la Statique (PFS)

Un **solide** se trouve à l'**équilibre** statique si **ni lui, ni les éléments** qui le **composent**, sont en **mouvement**.

**Un système S est en équilibre si la somme des torseurs des actions mécaniques extérieures agissant sur le système est égale au torseur nul.**

Torseur nul :

$$\left\{ \begin{array}{cc} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right\}$$

Autrement dit : **Un système S est en équilibre si la somme des vecteurs forces extérieures agissant sur le système et la somme des vecteurs moments en un point, sont égales aux vecteurs nuls.**

$$\overrightarrow{\Sigma F_{ext/s}} = \vec{0}$$

$$\overrightarrow{\Sigma M_{ext/s}^A} = \vec{0}$$

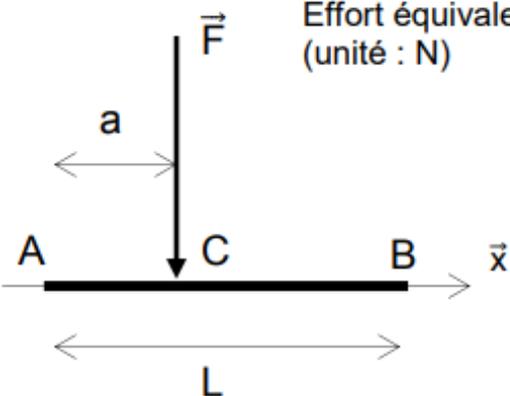
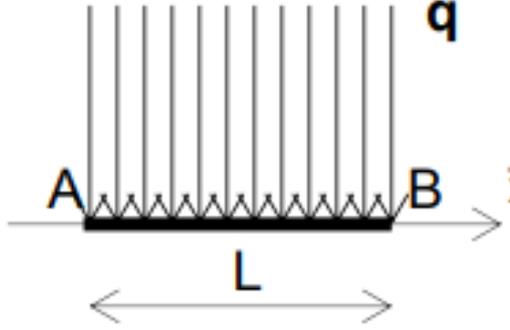
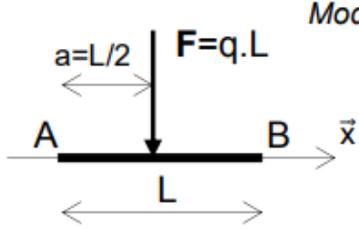
Par conséquent, dans le cas d'une **poutre**, le **Principe Fondamental de la Statique** s'applique de la manière suivante :

- $\overrightarrow{\Sigma F_{ext/\vec{x}}} = \vec{0}$
- $\overrightarrow{\Sigma F_{ext/\vec{y}}} = \vec{0}$
- $\overrightarrow{\Sigma M_{F_{ext}}^A} = \vec{0}$

## La statique : équilibre d'une poutre

### Rappel : Les appuis et les chargements

- ⇒ Il existe trois différents types d'appui : l'**encastrement** (trois réactions d'appui), l'**articulation** (deux réactions d'appui) et l'**appui simple** (une seule réaction d'appui).
- ⇒ La **charge** peut être **ponctuelle** ou **répartie**.

<p><b>Charge ponctuelle</b></p>	 <p>Effort équivalent (unité : N)</p>	<p>La force s'applique en un point, pas de problème particulier.</p>
<p><b>Charge répartie uniforme</b></p>		 <p>Modèle équivalent</p>

### Travail à faire :

Pour chacune des **poutres** ci-dessous :

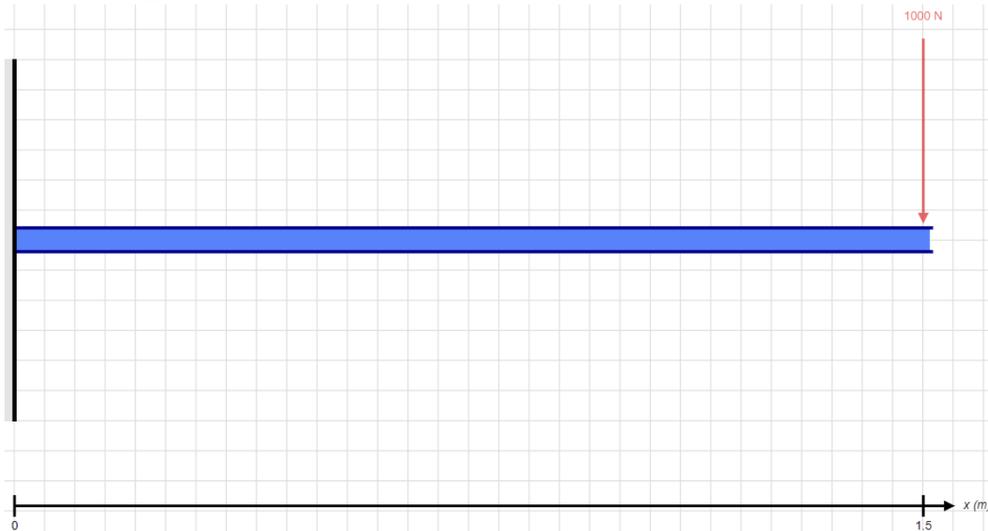
- Grâce au logiciel **RDM Le Mans**, tracer les diagrammes de l'**effort normal** et **tranchant** et du **moment fléchissant**. (Vous avez un **tutoriel** permettant de prendre en main le **logiciel**).
- **Enregistrer** chacune des poutres dans votre document de travail.
- **Appliquer le principe fondamental de la statique**. Ecrire les **trois équations** du PFS qui traduisent l'équilibre de la structure, puis **déterminer** de façon algébrique la **valeur** de la **réaction** aux appuis la plus sollicitée.

## La statique : équilibre d'une poutre

### Poutre 1

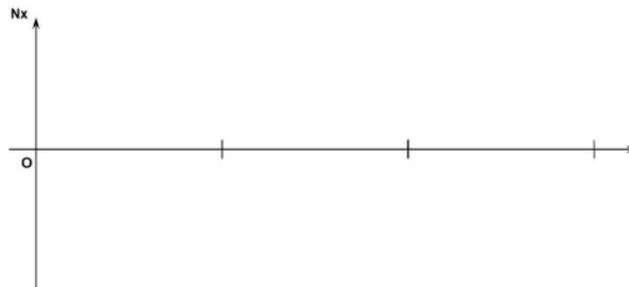
On considère une poutre de **section circulaire** de **diamètre 60 mm** et de **longueur 1,5 m**. Une liaison **encastrement** s'applique au point **A** et une **force de 1000 N** s'applique au point **B**.

Le **matériau** utilisé est un **acier**, avec un **module de Young de 210000 MPa**, une **masse volumique de 7800 kg/m<sup>3</sup>**, et une **limite élastique de 250 MPa**.

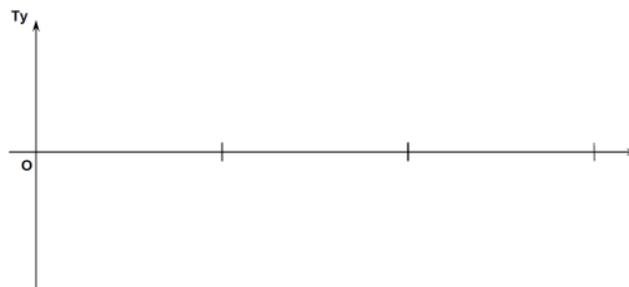


1) Tracer les diagrammes de l'effort normal et tranchant et du moment fléchissant.

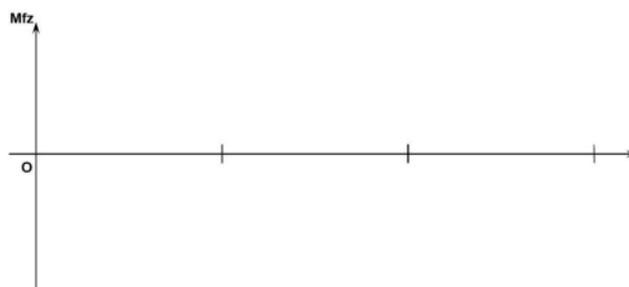
Effort normal  $N_x$  :



Effort tranchant  $T_y$  :



Moment fléchissant  $M_z$  :



**La statique : équilibre d'une poutre**

2) **Déterminer** à quel endroit la poutre est la plus sollicitée. **Justifier.**

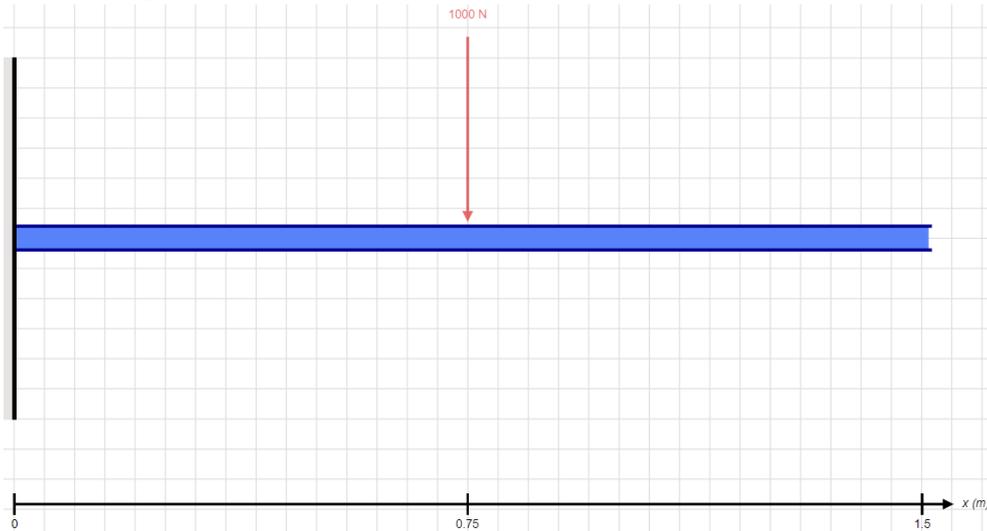
3) **Appliquer** le principe fondamental de la statique. **Ecrire** les trois équations du PFS qui traduisent l'équilibre de la structure, puis **déterminer** de façon algébrique la valeur de la réaction aux appuis la plus sollicitée.

**La statique : équilibre d'une poutre**

**Poutre 2**

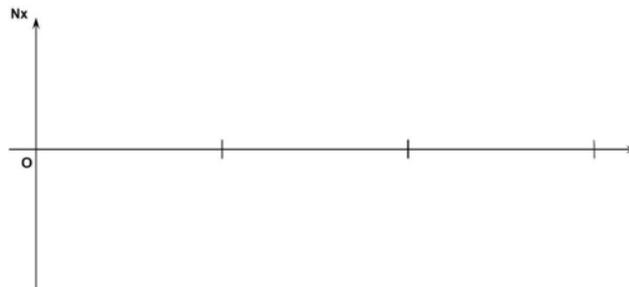
On considère une poutre de **section circulaire** de **diamètre 60 mm** et de **longueur 1,5 m**. Une liaison **encastrement** s'applique au point **A** et une **force de 1000 N** s'applique au **milieu** de la poutre.

Le **matériau** utilisé est un **acier**, avec un **module de Young** de **210000 MPa**, une **masse volumique** de **7800 kg/m<sup>3</sup>**, et une **limite élastique** de **250 MPa**.

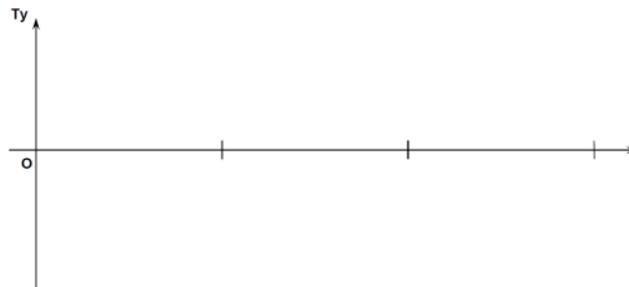


1) **Tracer** les diagrammes de l'effort normal et tranchant et du moment fléchissant.

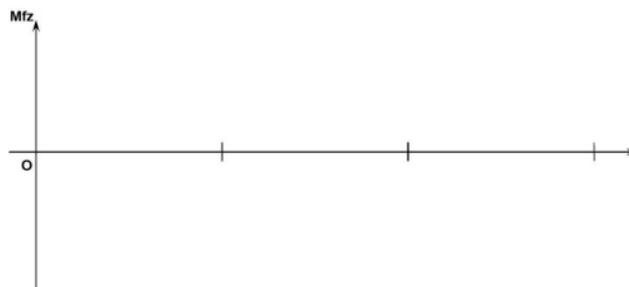
Effort normal  $N_x$  :



Effort tranchant  $T_y$  :



Moment fléchissant  $M_fz$  :



**La statique : équilibre d'une poutre**

2) **Déterminer** à quel endroit la poutre est la plus sollicitée. **Justifier.**

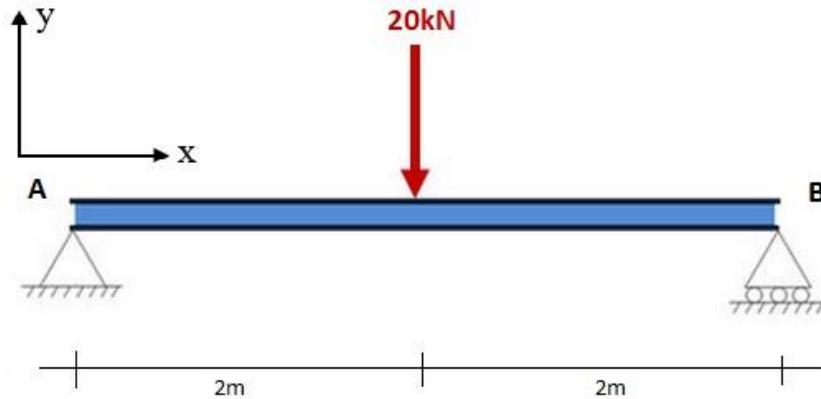
3) **Appliquer** le principe fondamental de la statique. **Ecrire** les trois équations du PFS qui traduisent l'équilibre de la structure, puis **déterminer** de façon algébrique la valeur de la réaction aux appuis la plus sollicitée.

## La statique : équilibre d'une poutre

### Poutre 3

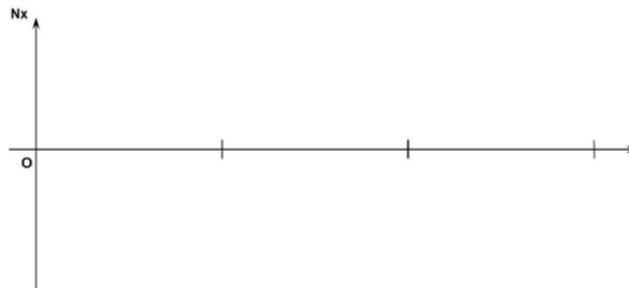
On considère une poutre de **section carrée** de côté **55 mm** et de **longueur 4 m**. Une **articulation** s'applique au point **A**, un **appui simple** au point **B** et une **force de 20 kN** s'applique au **milieu** de la poutre.

Le **matériau** utilisé est un **acier**, avec un **module de Young** de **210000 MPa**, une **masse volumique** de **7800 kg/m<sup>3</sup>**, et une **limite élastique** de **250 MPa**.

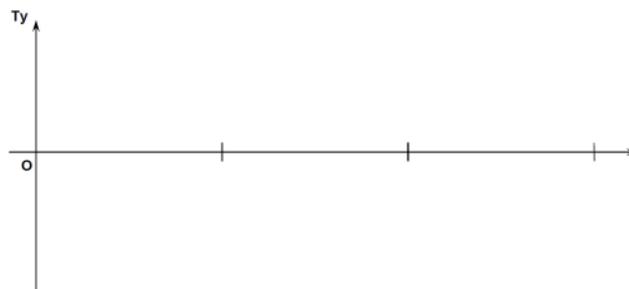


#### 1) Tracer les diagrammes de l'effort normal et tranchant et du moment fléchissant.

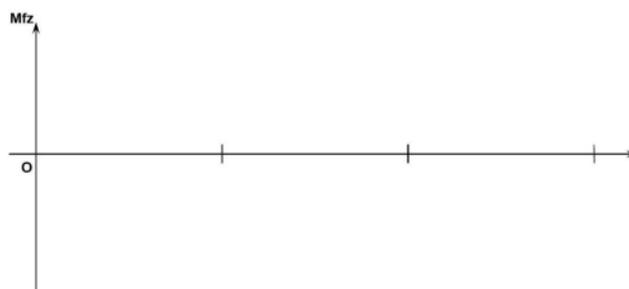
Effort normal  $N_x$  :



Effort tranchant  $T_y$  :



Moment fléchissant  $M_{fz}$  :



**La statique : équilibre d'une poutre**

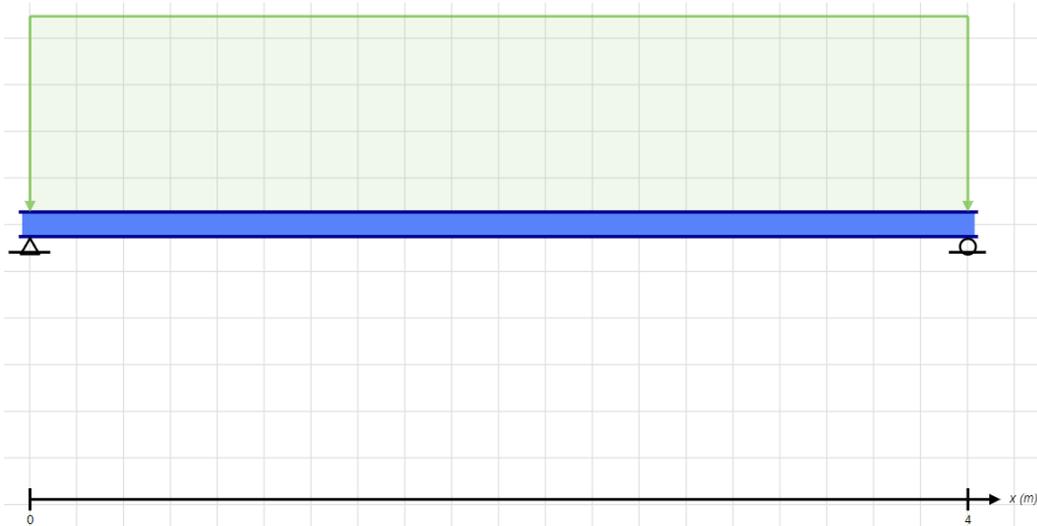
2) **Déterminer** à quel endroit la poutre est la plus sollicitée. **Justifier.**

3) **Appliquer** le principe fondamental de la statique. **Ecrire** les trois équations du PFS qui traduisent l'équilibre de la structure, puis **déterminer** de façon algébrique la valeur de la réaction aux appuis la plus sollicitée.

## La statique : équilibre d'une poutre

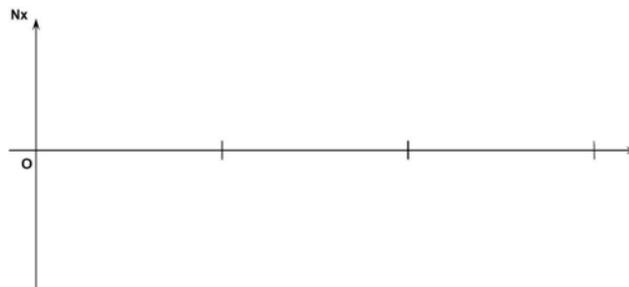
### Poutre 4

On considère une poutre de **section carrée** de côté **55 mm** et de **longueur 4 m**. Une **articulation** s'applique au point **A**, un **appui simple** au point **B** et une **force répartie q** de **3 kN/m** s'applique sur **toute la poutre**. Le **matériau** utilisé est un **acier**, avec un **module de Young** de **210000 MPa**, une **masse volumique** de **7800 kg/m<sup>3</sup>**, et une **limite élastique** de **250 MPa**.

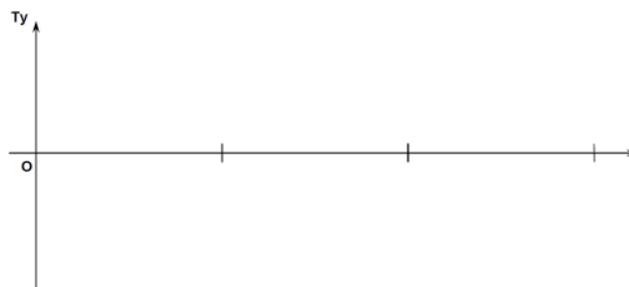


1) Tracer les diagrammes de l'effort normal et tranchant et du moment fléchissant.

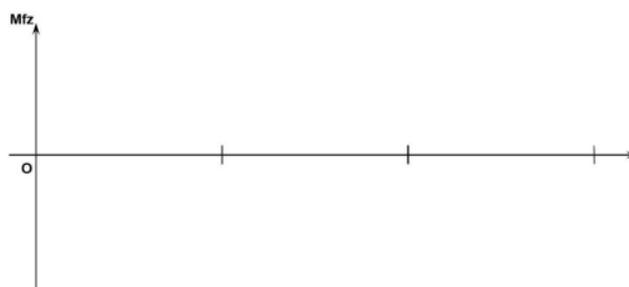
Effort normal  $N_x$  :



Effort tranchant  $T_y$  :



Moment fléchissant  $M_z$  :



**La statique : équilibre d'une poutre**

2) **Déterminer** à quel endroit la poutre est la plus sollicitée. **Justifier.**

3) **Appliquer** le principe fondamental de la statique. **Ecrire** les trois équations du PFS qui traduisent l'équilibre de la structure, puis **déterminer** de façon algébrique la valeur de la réaction aux appuis la plus sollicitée.

## La statique : équilibre d'une poutre

### Poutre 5

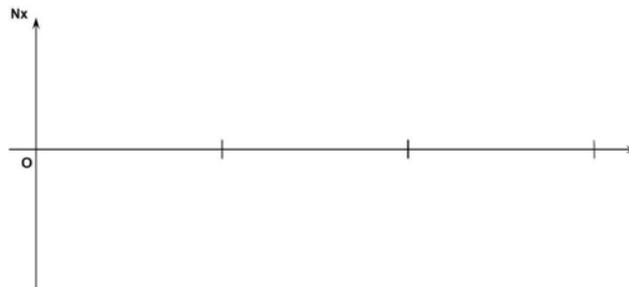
On considère une poutre de **section circulaire creuse** de **diamètre extérieur 10 mm** et d'épaisseur **2 mm** et de **longueur 2 m**. Une liaison **encastrement** s'applique au point **A** et une **force de 11000 N** suivant  $\vec{x}$  s'applique au point **B** à l'extrémité de la poutre.

Le **matériau** utilisé est un **acier**, avec un **module de Young** de **210000 MPa**, une **masse volumique** de **7800 kg/m<sup>3</sup>**, et une **limite élastique** de **250 MPa**.

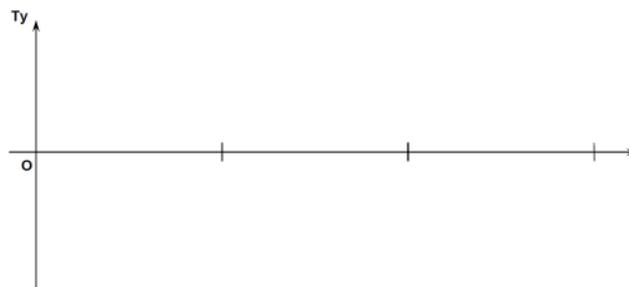
#### 1) Tracer la poutre.

#### 2) Tracer les diagrammes de l'effort normal et tranchant et du moment fléchissant.

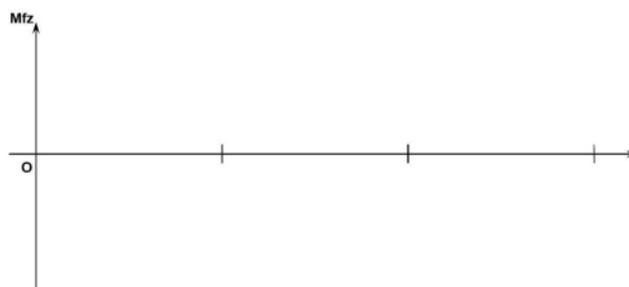
Effort normal  $N_x$  :



Effort tranchant  $T_y$  :



Moment fléchissant  $M_fz$  :



**La statique : équilibre d'une poutre**

3) **Déterminer** à quel endroit la poutre est la plus sollicitée. **Justifier.**

4) **Appliquer** le principe fondamental de la statique. **Ecrire** les trois équations du PFS qui traduisent l'équilibre de la structure, puis **déterminer** de façon algébrique la valeur de la réaction aux appuis la plus sollicitée.

**La statique : équilibre d'une poutre**

**Poutre 6**

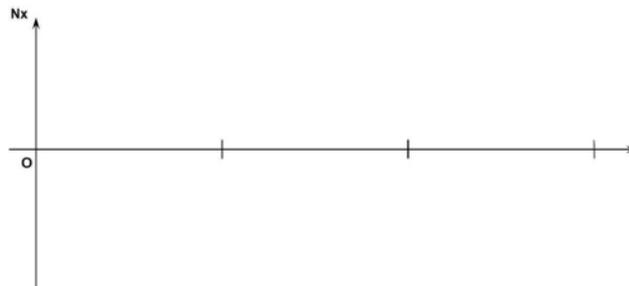
On considère une poutre de **section circulaire creuse** de **diamètre extérieur 10 mm** et d'épaisseur **2 mm** et de **longueur 2 m**. Une liaison **encastrement** s'applique au point **A** et une **force de -11000 N** suivant  $\vec{x}$  s'applique au point **B** à l'extrémité de la poutre.

Le **matériau** utilisé est un **acier**, avec un **module de Young** de **210000 MPa**, une **masse volumique** de **7800 kg/m<sup>3</sup>**, et une **limite élastique** de **250 MPa**.

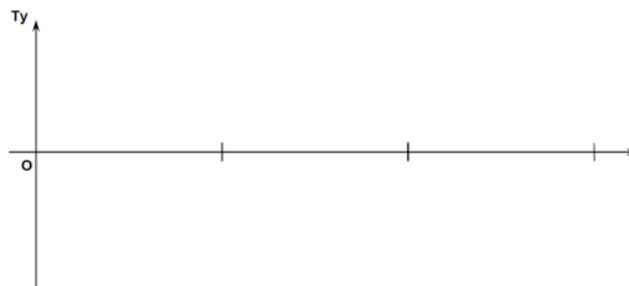
**1) Tracer la poutre.**

**2) Tracer les diagrammes de l'effort normal et tranchant et du moment fléchissant.**

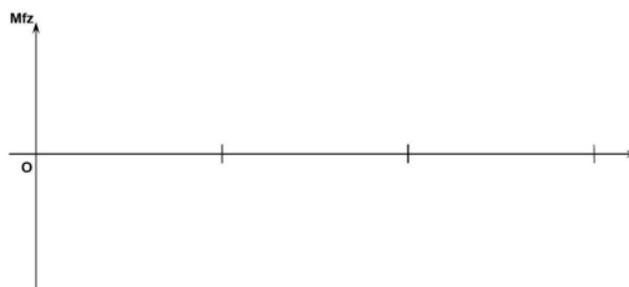
Effort normal  $N_x$  :



Effort tranchant  $T_y$  :



Moment fléchissant  $M_fz$  :



**La statique : équilibre d'une poutre**

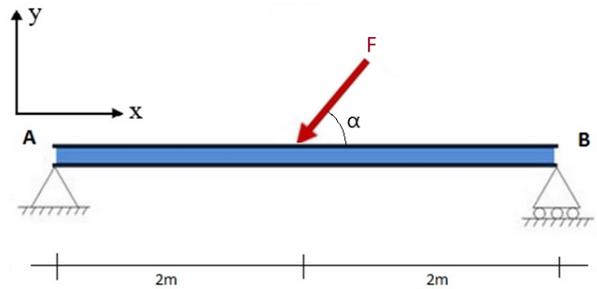
3) **Déterminer** à quel endroit la poutre est la plus sollicitée. **Justifier.**

4) **Appliquer** le principe fondamental de la statique. **Ecrire** les trois équations du PFS qui traduisent l'équilibre de la structure, puis **déterminer** de façon algébrique la valeur de la réaction aux appuis la plus sollicitée.

**La statique : équilibre d'une poutre**

**Poutre 7**

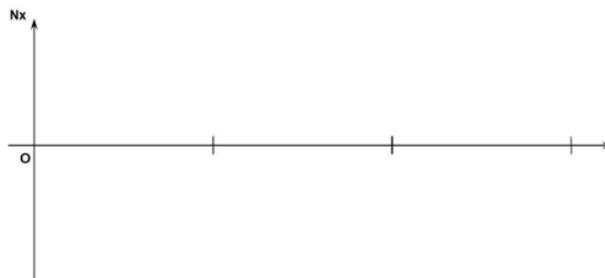
On considère une poutre de **section carrée creuse** de côté **20 mm** et d'épaisseur **2 mm** et de **longueur 4 m**. Une **articulation** s'applique au point **A**, un **appui simple** au point **B** et une **force inclinée** de **800 N** s'applique au **milieu de la poutre**. Cette force inclinée à un **angle  $\alpha$**  de **40°**. Le **matériau** utilisé est un **acier**, avec un **module de Young** de **210000 MPa**, une **masse volumique** de **7800 kg/m<sup>3</sup>**, et une **limite élastique** de **250 MPa**.



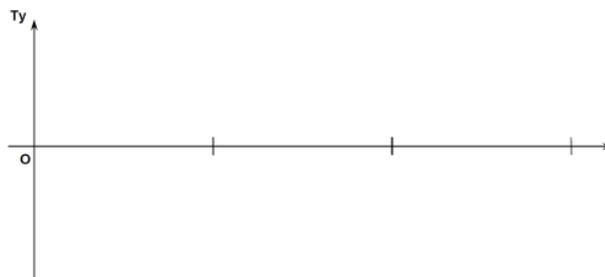
1) **Décomposer** la force **F** en deux forces **F<sub>x</sub>** et **F<sub>y</sub>** (respectivement force **F** suivant **x** et force **F** suivant **y**). *Décomposer une force revient à trouver les forces, appelées composantes, qui sont appliquées au même point, et produiront un effet équivalent à celui de la fore décomposée.*

2) **Tracer** les diagrammes de l'effort normal et tranchant et du moment fléchissant.

Effort normal **N<sub>x</sub>** :



Effort tranchant **T<sub>y</sub>** :



Moment fléchissant **M<sub>fz</sub>** :



**La statique : équilibre d'une poutre**

3) **Déterminer** à quel endroit la poutre est la plus sollicitée. **Justifier.**

4) **Appliquer** le principe fondamental de la statique. **Ecrire** les trois équations du PFS qui traduisent l'équilibre de la structure, puis **déterminer** de façon algébrique la valeur de la réaction aux appuis la plus sollicitée.

## La statique : équilibre d'une poutre

### Poutre 8

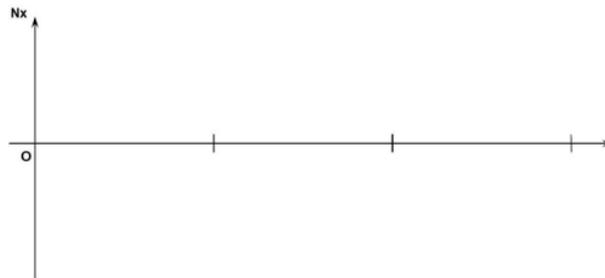
On considère une poutre de **section carrée creuse** de côté **35 mm** et d'épaisseur **6 mm** et de **longueur 2,5 m**. Une liaison **encastrement** s'applique au point **A** et **force inclinée** de **800 N** s'applique au **point B** de la **poutre**. Cette force inclinée à un **angle  $\beta$**  de **140°**. Le **matériau** utilisé est un **acier**, avec un **module de Young** de **210000 MPa**, une **masse volumique** de **7800 kg/m<sup>3</sup>**, et une **limite élastique** de **250 MPa**.



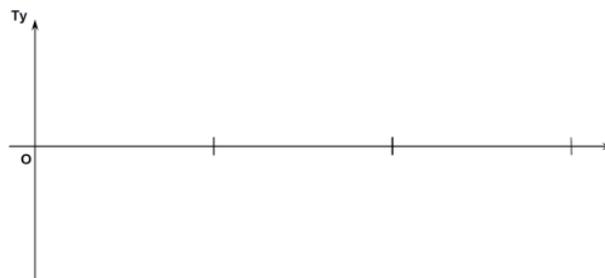
- 1) **Décomposer** la force **F** en deux forces **F<sub>x</sub>** et **F<sub>y</sub>** (respectivement force **F** suivant **x** et force **F** suivant **y**). *Décomposer une force revient à trouver les forces, appelées composantes, qui sont appliquées au même point, et produiront un effet équivalent à celui de la fore décomposée.*

- 2) **Tracer** les diagrammes de l'effort normal et tranchant et du moment fléchissant.

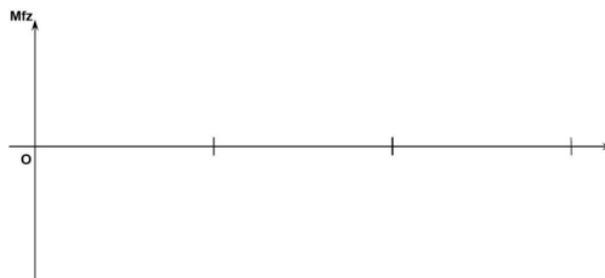
Effort normal  $N_x$  :



Effort tranchant  $T_y$  :



Moment fléchissant  $M_fz$  :



**La statique : équilibre d'une poutre**

3) **Déterminer** à quel endroit la poutre est la plus sollicitée. **Justifier.**

4) **Appliquer** le principe fondamental de la statique. **Ecrire** les trois équations du PFS qui traduisent l'équilibre de la structure, puis **déterminer** de façon algébrique la valeur de la réaction aux appuis la plus sollicitée.

**La statique : équilibre d'une poutre**

**Travail supplémentaire :**

Pour **chacune des poutres**, donner la valeur de la **contrainte maximale  $\sigma$** , la valeur de la **limite élastique  $Re$** . **Comparer  $Re$  et  $\sigma$**  et **conclure** sur la **résistance** de la poutre. Si la poutre résiste, donner la valeur du **coefficient de sécurité  $s$** . Sinon, **dire comment assurer la résistance** de la poutre.

	Limite élastique $Re$ (en MPa)	Contrainte maximale $\sigma$ (en MPa)	Comparer $Re$ et $\sigma$ . Est-ce que la poutre résiste ?	Si la poutre résiste, calculer le coefficient de sécurité $s$ .	Si la poutre ne résiste pas, comment assurer la résistance de celle-ci ?
Poutre 1					
Poutre 2					
Poutre 3					
Poutre 4					
Poutre 5					
Poutre 6					
Poutre 7					
Poutre 8					