SCIENCES ET TECHNIQUES INDUSTRIELLES

RESISTANCE DES MATERIAUX

NOM :

Prénom :

Une attention toute particulière sera apportée à la propreté et au respect des règles fournies par l'énoncé du travail demandé. La qualité graphique du travail réalisé devra être exemplaire !

L'ensemble des informations nécessaires à la réalisation du travail demandé est contenu dans le diaporama nommé « 0 Diapo RdM ».

Généralités (Sollicitations, Contraintes, Unités…)

La Résistance des Matériaux (RdM) est une discipline particulière de la mécanique des milieux continus permettant le calcul des **contraintes** et **déformations** dans les structures des différents matériaux (machines, génie mécanique, bâtiment et génie civil).

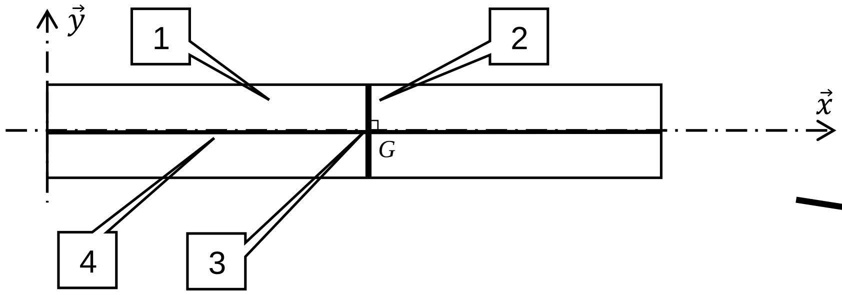
La RdM permet de ramener l'étude du comportement global d'une structure (relation entre sollicitations - forces ou moments - et déplacements) à celle du comportement local des matériaux la composant (relation entre contraintes et déformations). L'objectif est de concevoir la structure suivant des critères de résistance, de déformation admissible et de coût financier acceptable.

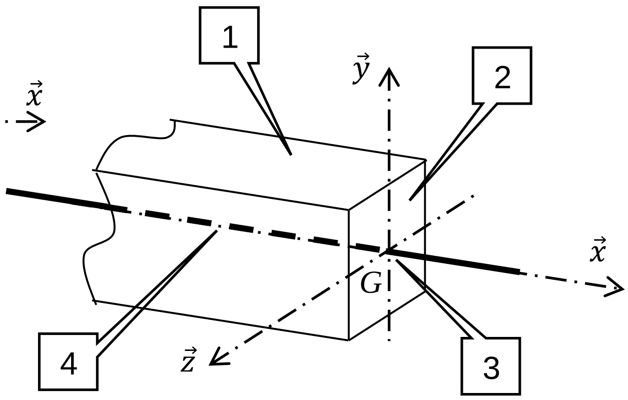
Lorsque l'intensité de la contrainte augmente, il y a d'abord déformation **élastique** (le matériau se déforme proportionnellement à l'effort appliqué et reprend sa forme initiale lorsque la sollicitation disparaît), suivie parfois (en fonction de la ductilité du matériau) d'une déformation **plastique** (le matériau ne reprend pas sa forme initiale lorsque la sollicitation disparaît, il subsiste une déformation résiduelle), et enfin rupture (la sollicitation dépasse la résistance intrinsèque du matériau).

Dans son utilisation courante, la RdM fait appel aux hypothèses suivantes :

- Matériau **homogène** (le matériau est de même nature dans toute sa masse).
- Matériau **isotrope** (les propriétés du matériau sont identiques dans toutes les directions).
- Les déformations de la structure résultant de son chargement sont négligeables et n'affectent pratiquement pas sa géométrie.

L'ingénieur utilise la résistance des matériaux avant tout pour déterminer les dimensions des éléments de construction et vérifier leur résistance et leur déformation. L'un des éléments structurels le plus fréquent est la **poutre**, c'est-à-dire un objet de grande longueur par rapport à sa section, chargée dans son plan moyen de symétrie. Deux des dimensions de la poutre sont petites par rapport à la troisième. En d'autres termes les dimensions de la section droite sont petites par rapport à la longueur de la poutre. Ce principe permet d'approximer la poutre par une ligne (droite ou courbe) et des sections droites.





1 – Poutre
2 – Section droite S
3 – G barycentre de la section droite
4 – Ligne moyenne (ligne reliant l'ensemble des barycentres des sections droites)

Le principe de **Saint-Venant** précise que le comportement en un point quelconque de la poutre, pourvu que ce point soit suffisamment éloigné des zones d'applications des forces et des liaisons, est indépendant de la façon dont sont appliquées les forces et de la façon dont sont physiquement réalisées les liaisons.

Le principe de **Navier-Bernoulli** précise que les sections droites le long de la fibre moyenne restent planes après déformation.

La loi de **Hooke** précise que, dans le domaine élastique du matériau, les déformations sont proportionnelles aux contraintes.

Le principe de **superposition** permet de décomposer toute sollicitation complexe en une somme de sollicitations élémentaires dont les effets sont ensuite additionnés. Ce principe est directement lié à l'hypothèse de linéarité de la loi de Hooke.

$$\left\{\tau_{\mathrm{II/I}}\right\}_G = \left\{\begin{array}{c|c} N & M^t \\ T_y & Mf_{(G;\vec{y})} \\ T_z & Mf_{(G;\vec{z})} \end{array}\right\}_{(G,R)}$$

L'identification des sollicitations au sein d'une poutre peut-être réalisée grâce à la détermination du torseur de cohésion le long de la ligne moyenne de la poutre. Chacune des composantes de ce torseur est caractéristique d'une sollicitation : N est l'effort normal à la section droite sollicitée, T_y et T_z sont les efforts tranchants, M^t est le moment de torsion et les autres moments M_f sont les moments de flexion.

Sollicitations élémentaires :

- ……………………………
- ……………………………
- ……………………………
- ……………………………
- ……………………………

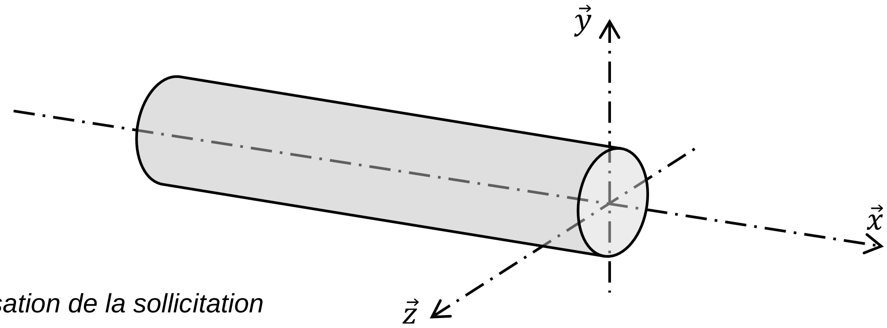
Unités utilisées en RdM :

- Longueur : ……………
- Surface : ……………
- Force : ……………
- Moment : ……………
- Contrainte : ……………

Relation entre MPa et N/mm² :

- ……………………………

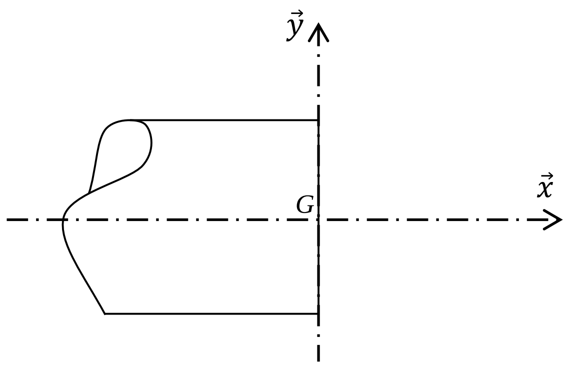
TRACTION



Schématisation de la sollicitation

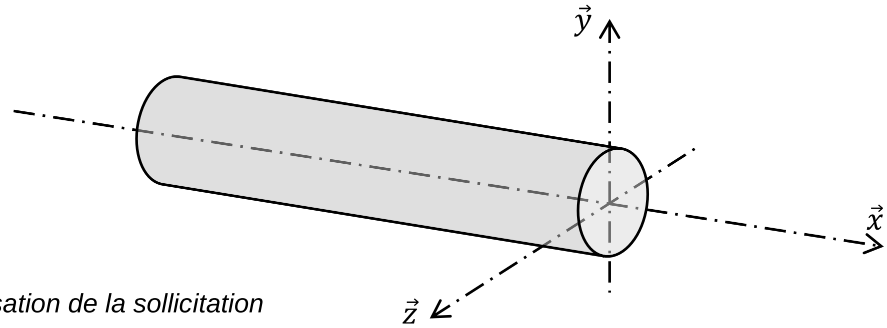
	Les contraintes sont normales
	Les contraintes sont tangentielles
	Les contraintes seront notées σ… lire sigma
	Les contraintes seront notées τ… lire tau
	Les contraintes sont réparties uniformément sur la section droite
	Les contraintes ne sont pas réparties uniformément sur la section droite
	Les sections droites de la poutre s'éloignent les unes des autres
	Les sections droites de la poutre se rapprochent les unes des autres
	Deux sections droites de la poutre glissent transversalement l'une par rapport à l'autre
	Les sections droites de la poutre tournent autour de la ligne moyenne les unes par rapport aux autres
	Les sections droites de la poutre pivotent les unes par rapport aux autres, autour de l'axe $(G;\vec{z})$

Schématisation de la répartition des contraintes dans une section droite de la poutre



Formule du calcul de la contrainte	Unités utilisées dans la formule… et remarques particulières
	N : S : σ : La contrainte σ est positive

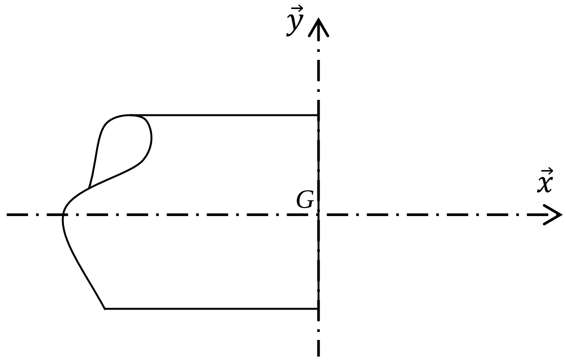
COMPRESSION



Schématisation de la sollicitation

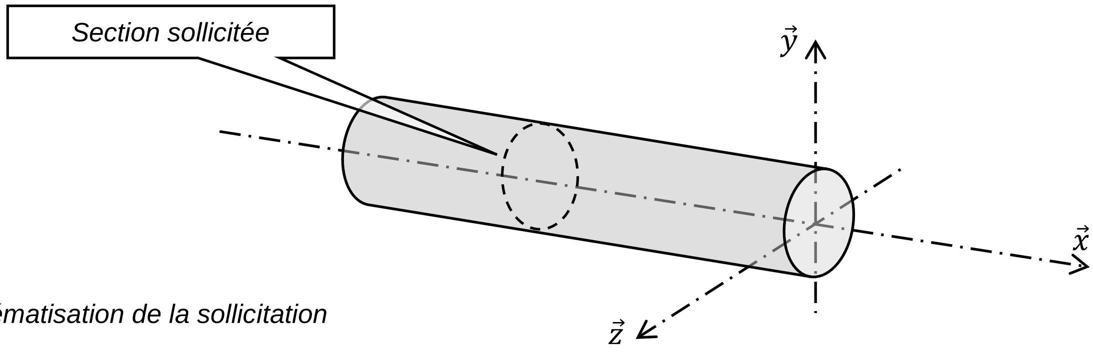
	Les contraintes sont normales
	Les contraintes sont tangentielles
	Les contraintes seront notées σ… lire sigma
	Les contraintes seront notées τ… lire tau
	Les contraintes sont réparties uniformément sur la section droite
	Les contraintes ne sont pas réparties uniformément sur la section droite
	Les sections droites de la poutre s'éloignent les unes des autres
	Les sections droites de la poutre se rapprochent les unes des autres
	Deux sections droites de la poutre glissent transversalement l'une par rapport à l'autre
	Les sections droites de la poutre tournent autour de la ligne moyenne les unes par rapport aux autres
	Les sections droites de la poutre pivotent les unes par rapport aux autres, autour de l'axe $(G;\vec{z})$

Schématisation de la répartition des contraintes dans une section droite de la poutre



Formule du calcul de la contrainte	*Unités utilisées dans la formule… et remarques particulières*
	N : *S :* *σ :* *La contrainte σ est négative*

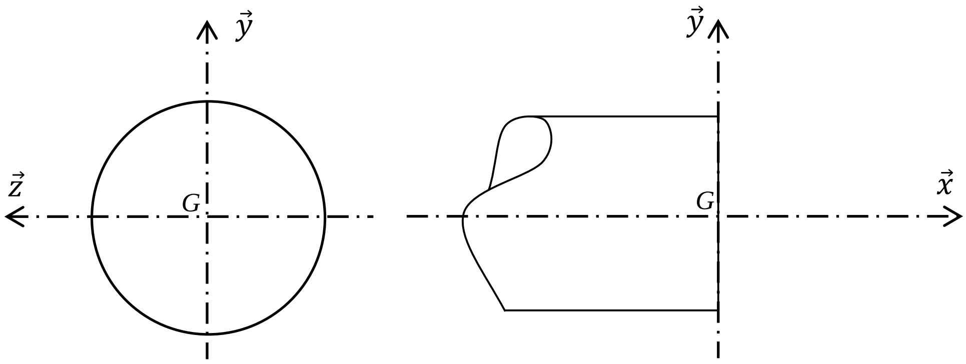
CISAILLEMENT



Schématisation de la sollicitation

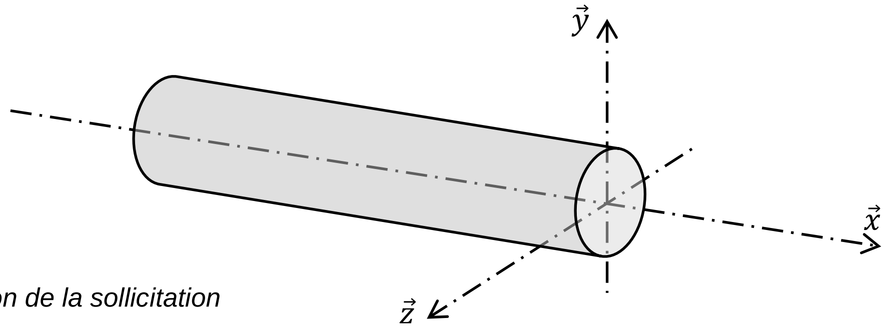
	Les contraintes sont normales
	Les contraintes sont tangentielles
	Les contraintes seront notées σ… lire sigma
	Les contraintes seront notées τ… lire tau
	Les contraintes sont réparties uniformément sur la section droite
	Les contraintes ne sont pas réparties uniformément sur la section droite
	Les sections droites de la poutre s'éloignent les unes des autres
	Les sections droites de la poutre se rapprochent les unes des autres
	Deux sections droites de la poutre glissent transversalement l'une par rapport à l'autre
	Les sections droites de la poutre tournent autour de la ligne moyenne les unes par rapport aux autres
	Les sections droites de la poutre pivotent les unes par rapport aux autres, autour de l'axe $(G;\vec{z})$

Schématisations de la répartition des contraintes dans la section droite sollicitée de la poutre



Formule du calcul de la contrainte	*Unités utilisées dans la formule… et remarques particulières*
	T : *S :* *τ :* *La contrainte σ est positive*

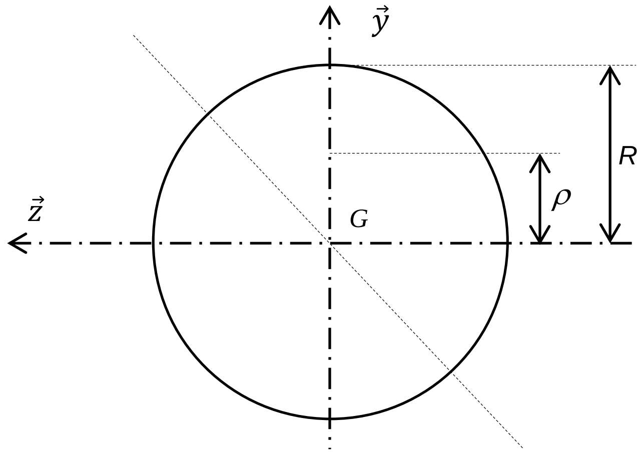
TORSION



Schématisation de la sollicitation

	Les contraintes sont normales
	Les contraintes sont tangentielles
	Les contraintes seront notées σ… lire sigma
	Les contraintes seront notées τ… lire tau
	Les contraintes sont réparties uniformément sur la section droite
	Les contraintes ne sont pas réparties uniformément sur la section droite
	Les sections droites de la poutre s'éloignent les unes des autres
	Les sections droites de la poutre se rapprochent les unes des autres
	Deux sections droites de la poutre glissent transversalement l'une par rapport à l'autre
	Les sections droites de la poutre tournent autour de la ligne moyenne les unes par rapport aux autres
	Les sections droites de la poutre pivotent les unes par rapport aux autres, autour de l'axe $(G;\vec{z})$

Schématisation de la répartition des contraintes dans une section droite de la poutre



Formule du calcul de la contrainte

$$\tau = \frac{\rho \, . Mt}{I_0}$$

Soit pour la contrainte maximum :

$$\tau_{maxi} = \frac{R \, . Mt}{I_0}$$

Unités utilisées dans la formule… et remarques particulières

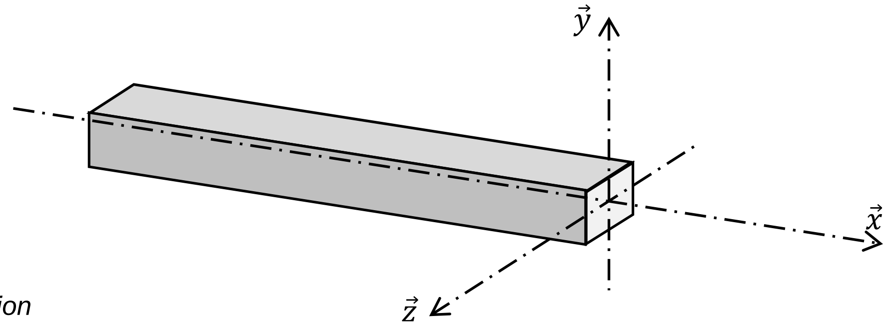
Mt : *ρ ou R :* *τ :*

I_0 : Moment quadratique d'Inertie exprimé en mm^4

La contrainte est maximum pour ρ = R (rayon maximum)

I_0 est moment quadratique d'inertie, il dépend de la géométrie de la section droite. Si la poutre sollicitée est un arbre plein de diamètre D, $I_0 = \pi.D^4 / 32$… Si c'est un arbre creux, $I_0 = \pi.(D^4 - d^4) / 32$, d étant le diamètre de l'alésage.

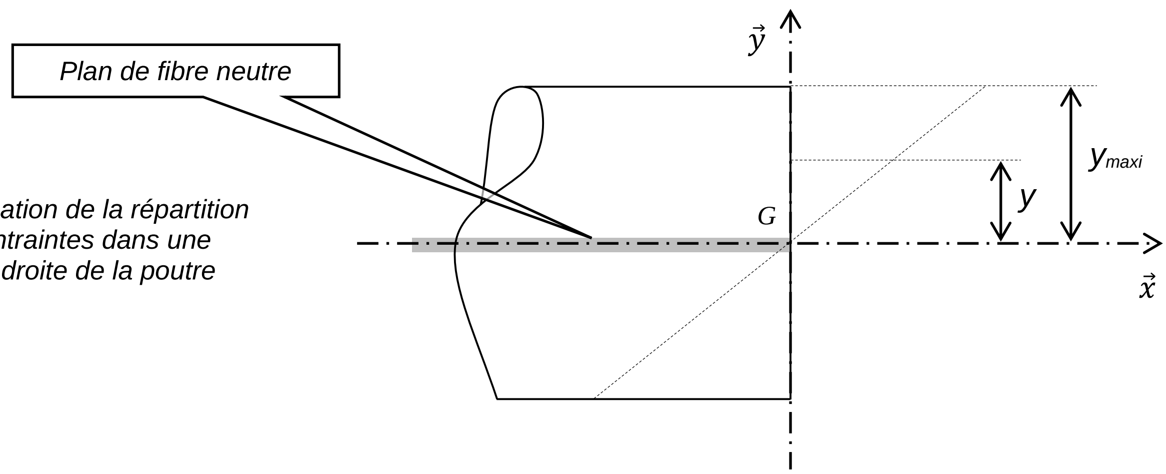
FLEXION



Schématisation de la sollicitation
…Dans le cas de la flexion simple

	Les contraintes sont normales
	Les contraintes sont tangentielles
	Les contraintes seront notées σ… lire sigma
	Les contraintes seront notées τ… lire tau
	Les contraintes sont réparties uniformément sur la section droite
	Les contraintes ne sont pas réparties uniformément sur la section droite
	Les sections droites de la poutre s'éloignent les unes des autres
	Les sections droites de la poutre se rapprochent les unes des autres
	Deux sections droites de la poutre glissent transversalement l'une par rapport à l'autre
	Les sections droites de la poutre tournent autour de la ligne moyenne les unes par rapport aux autres
	Les sections droites de la poutre pivotent les unes par rapport aux autres, autour de l'axe $(G;\vec{z})$

Schématisation de la répartition des contraintes dans une section droite de la poutre



Formule du calcul de la contrainte

$$\sigma = \frac{Mf \cdot y}{I_{(G;\vec{z})}}$$

Soit pour la contrainte maximum :

$$\sigma_{maxi} = \frac{Mf \cdot y_{maxi}}{I_{(G;\vec{z})}}$$

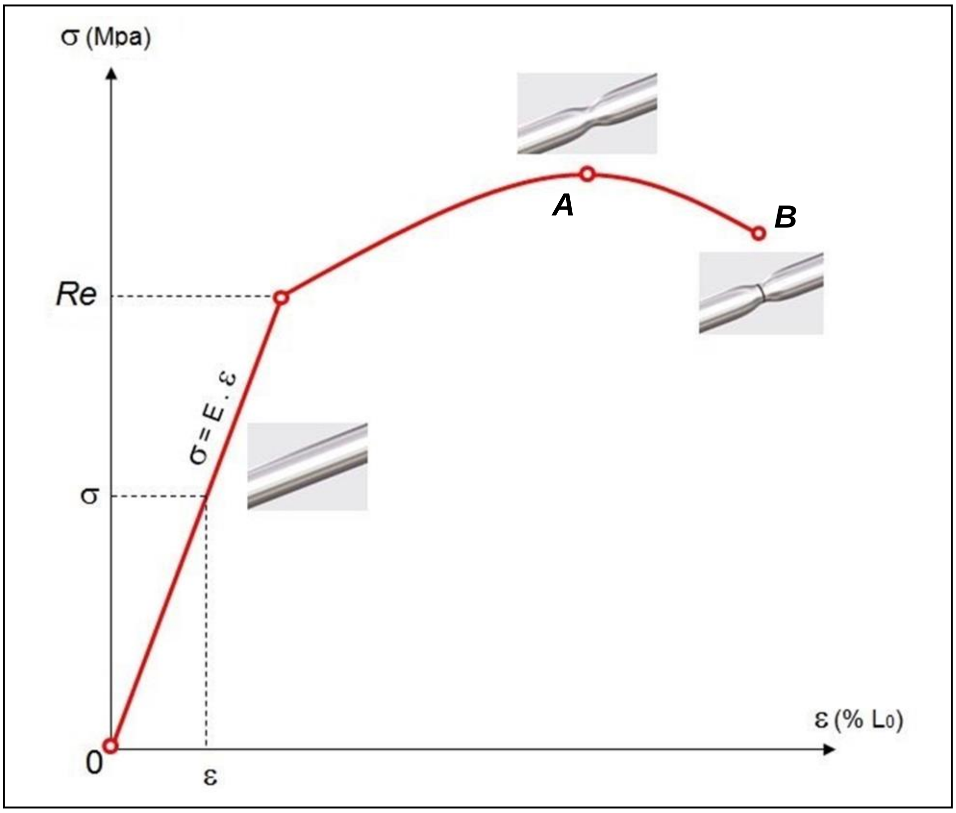
Unités utilisées dans la formule… et remarques particulières

Mf : *y ou y_{maxi} :* *σ :*

$I_{(G;\vec{z})}$ *: Moment quadratique de la section droite, par rapport à l'axe $(G;\vec{z})$, exprimé en mm^4*

La contrainte est maximum pour $y = y_{maxi}$
(plan le plus éloigné du plan de fibre neutre où les contraintes sont nulles)

COURBE CARACTERISTIQUE DE L'ESSAI DE TRACTION

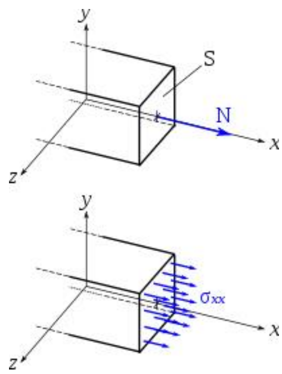


Repérage des zones de déformation élastique et de déformation plastique

Zone de déformation ***ELASTIQUE***

Zone de déformation ***PLASTIQUE***

(Réaliser un coloriage léger des deux zones sur la courbe ci-contre et compléter la légende ci-dessus)



N est l'effort de traction exprimé en …………

S est l'aire de la section droite de l'éprouvette exprimée en …………

L_0 est la longueur initiale de l'éprouvette exprimée en …………

ΔL est l'allongement de l'éprouvette exprimé en …………

σ est la ………………………………… exprimée en ………… : $\sigma = \frac{\quad}{\quad}$

ε est l' ………………………………… sans unité (ou en % de L_0) : $\varepsilon = \frac{\quad}{\quad}$

Re est la ………………………………… exprimée en …………

E est le …………………………………… exprimée en …………

La relation liant contrainte et déformation dans le domaine élastique est : σ = ….. ε

Cette relation s'appelle la loi de …………………

Le phénomène au point A de la courbe s'appelle la ……………………………..

(voir la définition du point A sur la courbe en haut de cette page)

Le phénomène au point B de la courbe s'appelle la ……………………………..

(voir la définition du point B sur la courbe en haut de cette page)

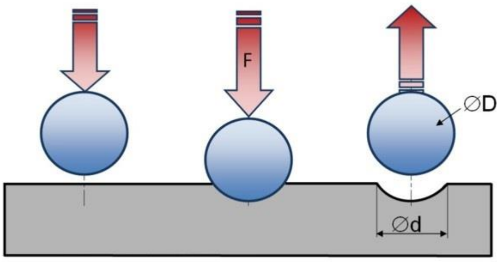
Dureté

Compléter le texte ci-dessous à l'aide des informations contenues dans le diaporama

La dureté d'un matériau définit la résistance qu'oppose une ……………………. de l'échantillon à la pénétration d'un corps plus dur. On utilise généralement des essais de ……………………. ou de ……………………. pour caractériser la dureté des matériaux.

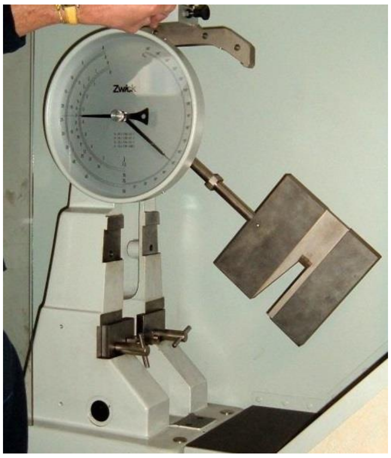
L'essai par rebondissement est principalement utilisé pour tester la dureté des …………………….. Pour cela on laisse chuter bien verticalement et d'une hauteur fixe une petite masse d'acier terminée par un diamant arrondi. La masse est guidée dans sa chute par un tube lisse. La dureté est évaluée ensuite d'après la ……………………. du rebond.

Les mesures de dureté par pénétration sont les essais les plus couramment pratiqués. Le principe est toujours identique : un pénétrateur indéformable laisse une ……………………. dans le matériau à tester. On ……………………. les dimensions de l'empreinte et on en déduit la dureté.



Résilience

Compléter le texte ci-dessous à l'aide des informations contenues dans le diaporama



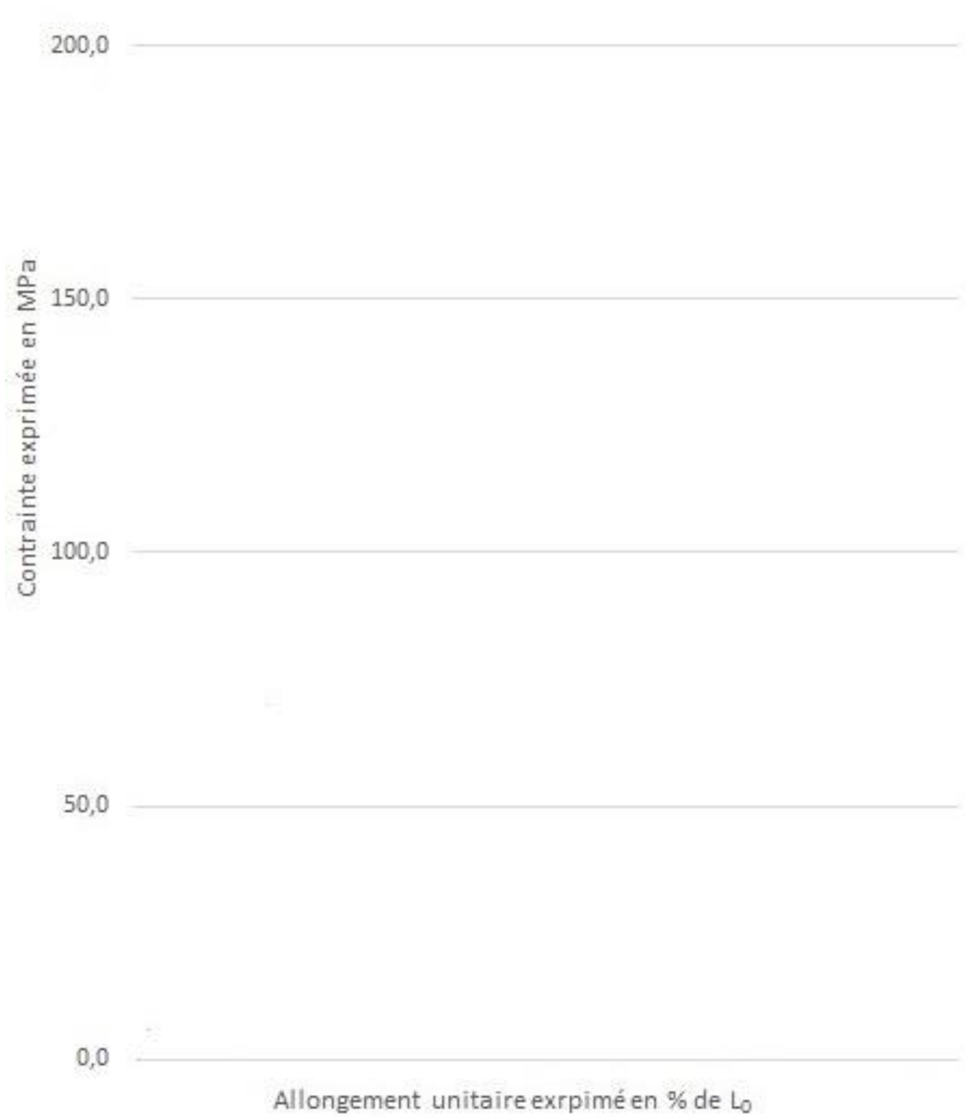
La résilience est la capacité d'un matériau d'……………………. de l'énergie quand il se déforme d'une manière élastique et de libérer cette énergie quand la charge est supprimée.

La définition de l'essai de ……………………. , encore communément appelé « essai de résilience », a eu 100 ans en 2001. Dès l'origine, il s'agissait de caractériser le comportement des métaux dans un essai de flexion par choc sur barreaux entaillés. Une éprouvette ……………………. est placée sur deux appuis. Un ……………………. est lâché d'une hauteur déterminée de façon à frapper l'éprouvette violement. La hauteur de ……………………. du pendule après le choc permet de déterminer l'……………………. nécessaire pour rompre l'éprouvette.

… Fin de l'Activité n°1

Caractéristiques			
Diamètre de l'éprouvette	d =	10	mm
Longueur initiale	L_0 =	50	mm
Aire de la section droite	S_0 =		mm²
Résistance élastique	Re =		MPa
Module de Young	E =		MPa
Résistance maximum	Rm =		MPa
Résistance à la rupture	Rr =		MPa

Matériau de l'éprouvette :



Activité n°3

1. Calculer Rpe, la Résistance pratique élastique, sachant que Re = 1800 MPa et que s = 2,5.

Rpe = MPa

2. Donner la valeur maximum de la contrainte σ que devra supporter le câble, pour respecter la condition de résistance.

σ_{maxi} = MPa

3. Calculer le poids P que peut lever la grue.
Vous prendrez comme accélération de pesanteur g = 9,81 $m.s^{-2}$.

P = N

4. Calculer l'effort de traction N supporté par le câble.

N = N

5. Exprimer la contrainte σ en fonction de N et de r, le rayon de la section du câble.

$$\sigma = \frac{N}{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots}$$

6. Dans les conditions extrêmes $\sigma = \sigma_{maxi}$ = Rpe (question 2). L'effort de traction N étant connu (question 4), à l'aide de l'expression de la contrainte de la question précédente, calculer le rayon r de la section du câble dans les conditions extrêmes.

r = mm

7. Calculer le diamètre minimum D du câble pour respecter la condition de résistance.

D = mm

8. Faites un choix raisonné du « code » du câble parmi les produits disponibles.
Les caractéristiques des produits disponibles sont données dans le tableau de l'Activité n°3 du diaporama.

Code du câble choisi :

Activité n°4

1. Donner l'abscisse x de la section droite la plus sollicitée de la poutre.

x = mm

2. Calculer le poids P appliqué au centre de la poutre transversale du portique.
Vous prendrez comme accélération de pesanteur g = 9,81 $m.s^{-2}$.

P = N

3. A l'aide du diagramme du moment fléchissant donné, calculer le moment de flexion dans la section droite la plus sollicitée.

Mf_{maxi} = N.mm

4. A l'aide des informations contenues dans le chapitre « Caractéristiques géométriques des sections de poutre » de l'Activité n°4 du diaporama, calculer $I_{(G;\vec{z})}$, le Moment quadratique de la section droite, par rapport à l'axe $(G;\vec{z})$.

Dimension de la poutre :
B = 120 mm H = 240 mm h = 208 mm b = 12 mm

$I_{(G;\vec{z})}$ = mm^4

5. Les contraintes dans le cas de la flexion simple ne sont pas réparties uniformément (voir la page 7/12 de ce document). Donner l'ordonnée y_{maxi} des points de la section droite où la contrainte est maximum, sachant que H = 240 mm.

y_{maxi} = mm

6. Connaissant Mf_{maxi} (question 3), connaissant $I_{(G;\vec{z})}$(question 4) et connaissant y_{maxi} (question 5), calculer la contrainte maximum à l'aide de la formule donnée page 7/12.

σ_{maxi} = MPa

7. Le matériau composant la poutre transversale est un acier d'usage général utilisé dans la réalisation de profilé : le S335. Ce matériau a une résistance élastique Re de 335 MPa. Sachant que l'on impose un coefficient de sécurité s de 2,5 au constructeur, valider ou non, le choix du matériau pour la poutre transversale du portique… Justifier votre réponse.

Validation : *Justification :*

☐ OUI

☐ NON